＝ 組み合わせの数 ＝

2017.9.5

勝率 p ： $0 \leq p \leq 1$

負率 $1-p$ ： $0 \leq 1-p \leq 1$

$$p + (1-p) = 1 \quad (= 100\%)$$

勝ち：年度の運用成績が１％以上を勝ちとする

負け：「勝ち」ではないこと

（組み合わせ）

$\boxed{\text{設定}}$ 山本，本田，山田の３人はいずれも勝率 p

1. ３人とも負ける確率
2. ３人のうち２人が負ける確率

勝 = W
負 = L

山本	山田	本田
L or W	L or W	L or W
p, $1-p$	p $1-p$	p $1-p$

3人とも負け : $(1-p)\cdot(1-p)\cdot(1-p)$

〃 勝ち : $p \cdot p \cdot p (= p^3)$

3人のうち2人負け

= 3人のうち1人勝つ

$\Rightarrow$ $\left.\begin{array}{l} \text{山本だけ勝ち} \\ \text{山田 〃} \\ \text{本田 〃} \end{array}\right\}$ 3通り

2. 3人のうち1人勝つ確率

i) 山本だけ W
山田 L, 本田 L

$$p(1-p)(1-p)$$

ii) 山田だけ W

$$(1-p)p(1-p)$$

iii) 本田だけ W

$$(1-p)(1-p)p$$

数のかけ算
順番をかえて
も同じ
5×4=4×5

i)とii)とiii)と足すと

$$p(1-p)(1-p)+(1-p)p(1-p)+(1-p)(1-p)p$$
$$=3p(1-p)^2$$

3人とも負けるパターンは1通り

その確率は $(1-p)^3$

よって運田でチームとして
1勝以下の確率は $\boxed{(1-p)^3+3p(1-p)^2}$

$p = 0.7$ のとき

Prob(3人のうち1人が勝つ, 3人のうち1人も勝てない)

$$= (1-p)^3 + 3p(1-p)^2$$

$$= 0.3^3 + 3 \cdot 0.7 \cdot 0.3^2$$

$$= 0.027 + 0.189$$

$$= 0.216 \; // \quad \underline{21.6\%}$$

0.09
0.27
0.07
189　149
27　189
216

$$p, \; (1-p),$$

$$p + (1-p) = 1$$

$$(p + (1-p))^n = 1^n = 1$$

n 乗　　$1 - p = q$

$$(p+q)^n$$

$$= \overbrace{(p+q)(p+q)\cdots\cdots(p+q)}^{n\,つ}$$

— 分配法則 —

$$(p+q)(p+q)(p+q) \quad — ①$$

$p+q = X$ とおくと

$$① = (p+q)\,X^2$$

$$= pX^2 + qX^2$$

分配

$$= p(p+q)X + q(p+q)X$$

$$= p(pX+qX) + q(pX+qX)$$

$$= p\big(p(p+q)+q(p+q)\big) + q\big(p(p+q)+q(p+q)\big)$$

$$= p(p^2+pq+qp+q^2) + q(p^2+pq+qp+q^2)$$

$$= p^3 + p^2q + pqp + pq^2 + qp^2 + qpq + q^2p + q^3$$

$$= p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3$$

⇒ 係数	1	3	3	1
⇒ pの次数	3	2	1	0
q 〃	0	1	2	3

一般に $(p+q)^n$ の係数は…

$p+q$ 1乗	1 1
$p+q$ 2乗 $(p+q)^2$	1 2 1
3	1 3 3 1
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1
6	1 6 15 20 15 6 1

$$1 = \frac{3!}{0!\,0!} = {}_3C_0, \quad 3 = \frac{3!}{1!\,2!} = {}_3C_1, \quad 3 = \frac{3!}{2!\,1!} = {}_3C_2, \quad 3 = \frac{3!}{3!\,0!} = {}_3C_3$$

! 階乗 $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

(ppq, pqp, qpp を同じとみなす)

例

$${}_5C_1 = 5 \quad \frac{5!}{(5-1)!\,1!} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot1}$$

$${}_5C_4 = 5 \quad \frac{5!}{(5-4)!\,4!} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{1\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}$$

$${}_5C_2 = \frac{5!}{(5-2)!\,2!} = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{5\cdot4}{2}$$

$$= 5\cdot2 = 10$$

$${}_{10}C_2 = \frac{10!}{8!\,2!} = \frac{10\times9}{2!} = 45$$

$${}_{10}C_3 = \frac{10!}{(10-3)!\,3!} = \frac{10!}{7!\,3!} = \frac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2}$$

$$= 10\cdot3\cdot4$$

$$= 120$$

$${}_{10}C_4 = \frac{10!}{6!\,4!} = \frac{10\cdot9\cdot8\cdot7}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = \frac{10\cdot9\cdot7}{3}$$

$$= 10\cdot3\cdot7$$

$$= 210$$

$$(p+q)^{10} = {}_{10}C_0\,p^{10} + {}_{10}C_1\,p^9q + {}_{10}C_2\,p^8q^2 +$$

$${}_{10}C_3\,p^7q^3 + {}_{10}C_4\,p^6q^4 + \cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots + {}_{10}C_{10}\,q^{10}$$

$p = 0.7$ で 10人で6勝以上あげる確率

$\Rightarrow 0.7^{10} + 10 \cdot 0.7^{9} \times 0.3 + 45 \cdot 0.7^{8} \times 0.3^{2}$

$+ 120 \cdot 0.7^{7}\, 0.3^{3} + 210\, 0.7^{6} \cdot 0.3^{4}$

$\Rightarrow 0.028 + 0.121 + 0.233 + 0.267 + 0.200$

$= 0.849..$ およそ85%

$p + q = 1$ でなくてもよくて.

$p = 1$

$q = 0.5$

$(p+q)^{10}$: 年率 0.5 (=50%) で運用

$$(1+0.5)^{10} = 1^{10} + 10 \cdot 1^{9} \cdot 0.5 + 45\, 1^{8} \cdot 0.5^{2} + 120\, 1^{7} \cdot 0.5^{3} + 210\, 1^{6} \cdot 0.5^{4} + \cdots$$

$$= 1 + 10 \times 0.5 + 45 \times 0.5^{2} + 120 \times 0.5^{3} + 210 \times 0.5^{4} \cdots\cdots + 0.5^{10}$$

$$(p+q)^n = \sum_{i=0}^{n} {}_nC_i \, p^{n-i} q^i$$

$$(p+q)^{10} = \sum_{i=0}^{10} {}_{10}C_i \, p^{10-i} q^i$$

$$= {}_{10}C_0 \, p^{10-0} q^0$$
$$+ {}_{10}C_1 \, p^{10-1} q^1$$
$$+ {}_{10}C_2 \, p^{10-2} q^2$$
$$+ {}_{10}C_3 \, p^{10-3} q^3$$
$$+ \cdots$$
$$+ {}_{10}C_{10} \, p^{10-10} q^{10}$$

$$\left.\begin{array}{l} p=1 \\ q=0.5 \end{array}\right) \Rightarrow$$ 先ほどのもの.